

MODUL MATEMATIKA

“ Barisan dan Deret “



UNIVERSITAS NEGERI MANADO
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA

2007

KATA PENGANTAR

Halo....!!! selamat jumpa dalam Modul Matematika SMA. Dalam Modul ini Anda akan mempelajari lebih mendalam tentang '**Konsep Barisan dan Deret**'. Penulis tentunya memanjatkan puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Kuasa, oleh karena berkat Cinta-NYA sehingga Penulis dapat menyelesaikan modul ini dengan baik.

Tentunya sebagai manusia yang penuh dengan kekurangan dan kelemahan, sudah tentu Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan modul matematika ini ada begitu banyak kekurangan dan kesalahan, oleh karena itu Penulis sangat mengharap kritikan dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak demi kesempurnaan penyusunan modul berikutnya.

Akhirnya Penulis tak lupa mengucapkan terima kasih kepada semua pihak baik teman-teman mahasiswa maupun Dosen mata kuliah ini, yang telah membantu Penulis dalam penyusunan modul ini. Harapan Penulis biarlah Modul Matematika ini dapat menambah wawasan kita semua.

Tondano, Februari 2008

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

Halaman Francis	
Kata Pengantar.....	
Daftar Isi.....	
Peta Konsep.....	
Glosarium.....	
Peta kedudukan Modul.....	
Bab I Pendahuluan	
A. Deskripsi.....	
B. Prasyarat.....	
C. Petunjuk Penggunaan Modul.....	
D. Standar Kompetensi	
E. Kompetensi Dasar	
F. Indikator Hasil belajar.....	
G. Kompetensi.....	
H. Cek Kemampuan.....	
Bab II Pembelajaran.....	
A. Rencana Belajar Peserta Didik.....	
B. Kegiatan Belajar.....	
1. Kegiatan Belajar 1.....	
2. Kegiatan Belajar 2.....	
3. Kegiatan Belajar 3.....	
4. Kegiatan Belajar 4.....	
Bab III Evaluasi	
A. Evaluasi Kompetensi.....	
B. Kunci Evaluasi/Sistem Penilaian.....	
Bab IV Penutup.....	
Daftar Pustaka.....	

GLOSARIUM

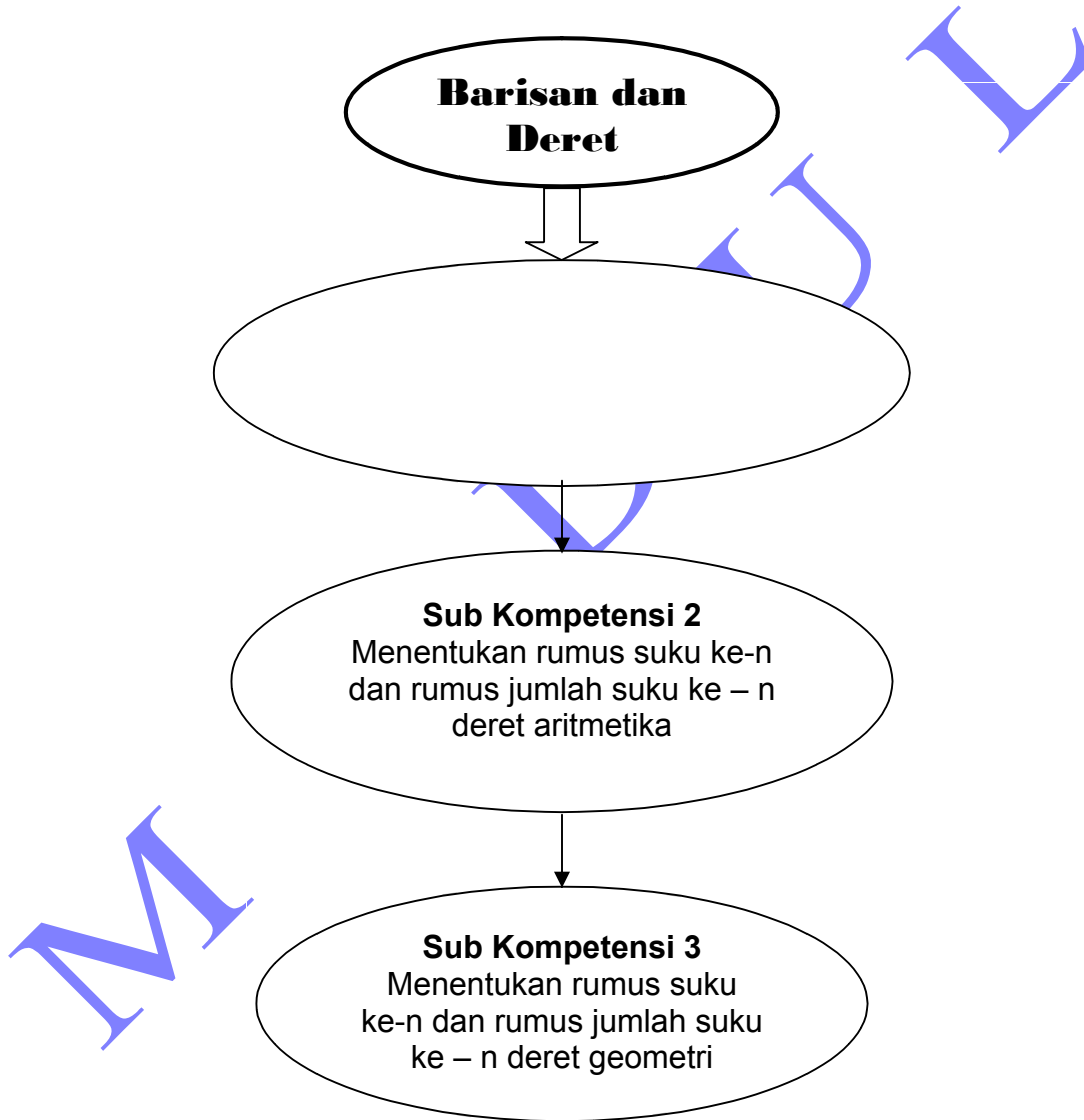
Tentu saja dalam Modul ini Anda akan menemukan simbol-simbol yang belum Anda dapatkan sebelumnya. Oleh karena itu Anda harus memperhatikan dengan seksama glosarium ini.

n	:	suku
U_n	:	Suku ke - n
S_n	:	Jumlah suku ke - n
b	:	beda
r	:	rasio

MODUL

PETA MODUL

Sebelum Anda mempelajari Modul ini, Anda harus memperhatikan Peta Modul ini yang menggambarkan kegiatan-kegiatan belajar yang Akan Anda pelajari secara bertahap.



BAB I

PENDAHULUAN

A. DESKRIPSI

Modul turunan ini terdiri atas 3 bagian proses pembelajaran sesuai dengan sub kompetensinya, yaitu :

1. Dalam kegiatan belajar 1 akan membahas tentang pengertian barisan dan menentukan rumus suku ke – n suatu barisan bilangan
2. Dalam kegiatan belajar 2 akan dibahas tentang bagaimana menentukan rumus suku ke – n dan rumus jumlah suku ke – n deret aritmetika
3. Dalam kegiatan belajar 3 akan membahas tentang bagaimana menentukan rumus suku ke – n dan rumus jumlah suku ke – n deret geometri

B. PRASYARAT

Kemampuan dasar yang harus dimiliki untuk mempelajari modul ini adalah

1. Terampil dalam operasi pada bentuk aljabar
2. Memahami konsep sigma

C. PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

a. Penjelasan Bagi Peserta Didik

1. Bacalah modul ini dengan seksama mulai dari kata pengantar sampai dengan cek kemampuan, kemudian pahami benar seluruh informasi yang termuat di dalamnya.
2. Setelah Anda mengisi cek kemampuan, pastikan apakah Anda termasuk kategori orang yang masih harus mempelajari modul ini atau orang yang tidak lagi mempelajarinya karena sudah menguasainya.
3. Laksanakan semua tugas-tugas yang terdapat di dalam modul ini agar kompetensi Anda berkembang dengan baik.

4. Setiap mempelajari satu sub kompetensi, Anda harus mulai dari menguasai pengertian-pengertian dalam uraian materi, melaksanakan tugas-tugas dan mengerjakan lembar latihan.
5. Dalam mengerjakan lembar latihan, Anda tidak diperkenankan melihat kunci jawaban terlebih dahulu, sebelum Anda menyelesaikan lembar latihan.
6. Cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban, hitung nilai yang Anda peroleh. Kemudian kerjakan saran-saran sesuai dengan hasil latihan Anda.

b. Peranan Guru

1. Membantu siswa dalam merencanakan proses belajar.
2. Menegaskan kembali tentang tujuan akhir yang harus dicapai setelah mempelajari modul ini.
3. Membantu peserta didik dalam menentukan dan mengakses sumber tambahan lain yang diperlukan untuk belajar.
4. Melaksanakan penilaian serta mencatat pencapaian kemajuan peserta didik
5. Menjelaskan kepada peserta didik mengenai bagian yang perlu untuk dibenahi dan merundingkan rencana pembelajaran selanjutnya.

D. STANDAR KOMPETENSI

Setelah mempelajari modul ini diharapkan siswa dapat:

➤ **KOGNITIF**

Siswa dapat menggunakan konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah.

➤ **AFEKTIF**

Siswa menyadari pentingnya matematika sehingga selalu menunjukkan apresiasi yang positif setiap kali belajar matematika khususnya dalam mempelajari materi dalam modul tentang konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah.

➤ **PSIKOMOTOR**

Siswa selalu menunjukkan kinerja yang baik dalam setiap kegiatan belajar matematika khususnya dalam mempelajari materi tentang menentukan konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah.

E. KOMPETENSI DASAR

Setelah mempelajari materi tentang geometri diharapkan siswa

dapat:

➤ **KOGNITIF**

Siswa dapat menentukan dan menggunakan konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah.

➤ **AFEKTIF**

Dengan senang menunjukkan kesiapan belajar secara bertanggung jawab sehingga menunjukkan sifat yang positif dalam mempelajari materi menentukan dan menggunakan konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah.

➤ **PSIKOMOTOR**

Selalu menunjukkan kemahirannya setiap kali mengerjakan tugas-tugas yang membutuhkan keterampilan dalam mempelajari materi tentang menentukan dan menggunakan konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah.

F. TUJUAN AKHIR (INDIKATOR HASIL BELAJAR)

Dalam mempelajari materi tentang menentukan dan menggunakan konsep barisan dan deret dalam memecahkan masalah maka diharapkan:

➤ **KOGNITIF**

- 1 Siswa dapat memahami pengertian barisan bilangan
- 2 Siswa dapat menjelaskan rumus suku ke-n deret aritmetika
- 3 Siswa dapat menjelaskan rumus jumlah suku ke – n deret aritmetika

- 4 Siswa dapat menjelaskan rumus suku ke-n deret geometri
- 5 Siswa dapat menjelaskan rumus jumlah suku ke – n deret geometri

➤ **AFEKTIF**

1. Siswa dapat menunjukkan kesiapan siswa dalam belajar
2. Siswa selalu memperhatikan penjelasan guru
3. Siswa dapat dengan serius memperhatikan penjelasan guru.
4. Siswa dapat selalu bertanya apabila ada penjelasan yang tidak dimengerti.
5. Siswa selalu kritis dengan materi yang diajarkan.
6. Siswa selalu senang mengerjakan tugas yang diberikan oleh guru.
7. Siswa dapat tekun dalam mengerjakan setiap tugas yang diberikan.
8. Siswa dapat menyelesaikan tugas dengan teliti.

➤ **PSIKOMOTOR**

1. Siswa dapat menuliskan simbol-simbol matematika dengan tepat.
2. Siswa dapat mengerjakan tugas dengan tepat.
3. Siswa dapat terbiasa menampilkan posisi badan yang baik dalam belajar.

F. KOMPETENSI : Menerapkan Konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah

Sub kompetensi	Kriteria kinerja	Lingkup belajar	Materi pokok Pembelajaran		
			Afektif	kognitif	Psikomotor
1. Mendeskripsikan pengertian barisan bilangan dan menentukan rumus suku	Pengertian barisan bilangan diperoleh dari mengenai bilangan yang	Aturan pembentukan barisan bilangan	Cermat dan teliti dalam mengurutkan barisan sesuai dengan	Menentukan aturan pembentukan barisan bilangan	Dapat menuliskan simbol-simbol dengan tepat

ke - n barisan bilangan	diurutkan dengan aturan tertentu		aturan pembent ukan		
2. Menentukan rumus suku ke-n dan jumlah suku ke-n deret aritmetika	Diperoleh jika suku- suku telah terurut dan beda telah di ketahui	Rumus suku ke-n dan jumlah suku ke-n deret aritmeti ka	Cermat dan teliti dalam menentu kan rumus suku ke-n dan jumlah suku ke-n deret aritmetika	Menghitung rumus suku ke-n dan jumlah suku ke-n deret aritmetika	Mengerjakan tugas dengan tepat dan benar
3. Menentukan rumus suku ke-n dan jumlah suku ke-n deret geometri	Diperoleh jika suku- suku telah terurut dan rasio telah di ketahui	Rumus suku ke-n dan jumlah suku ke-n deret geomet ri	Cermat dan teliti dalam menentu kan rumus suku ke-n dan jumlah suku ke-n deret geometri	Menghitung rumus suku ke-n dan jumlah suku ke-n deret geometri	Mengerjakan tugas dengan tepat dan benar

G. CEK KEMAMPUAN

No	Pertanyaan	Ya	Tidak
1	Apakah Anda telah memahami pengertian barisan ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Dapatkah Anda menjelaskan aturan pembentukan suatu barisan bilangan ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Dapatkah Anda menentukan suku ke-n dengan menggunakan rumus suku ke-n suatu barisan bilangan ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	Dapatkah Anda menuliskan rumus suku ke-n suatu bilangan ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	Dapatkah Anda menuliskan rumus suku ke-n deret aritmetika ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	Dapatkah Anda menghitung suku ke-n deret aritmetika dengan menggunakan rumus suku ke-n deret aritmetika ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	Dapatkah Anda menuliskan rumus jumlah suku ke-n deret aritmetika ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	Dapatkah Anda menghitung jumlah suku ke-n deret aritmetika dengan menggunakan rumus jumlah suku ke-n deret aritmetika ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

9	Dapatkah Anda menuliskan rumus suku ke-n deret geometri ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	Dapatkah Anda menuliskan rumus jumlah suku ke-n deret geometri ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	Dapatkah Anda menghitung jumlah suku ke-n deret geometri dengan menggunakan rumus jumlah suku ke-n deret geometri ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Jika Anda menjawab "TIDAK" pada salah satu pertanyaan di atas, maka pelajailah materi tersebut dalam modul ini. Apabila Anda menjawab "YA" pada **semua** pertanyaan, maka lanjutkanlah dengan mengerjakan tugas, tes formatif dan evaluasi yang ada pada modul ini.

BAB II

PEMBELAJARAN

A. RANCANGAN BELAJAR SISWA

Sebagaimana telah diinformasikan dalam pendahuluan, bahwa modul ini hanya sebagian dari sumber belajar yang dapat Anda pelajari untuk menguasai kompetensi menerapkan konsep Turunan. Untuk mengembangkan kompetensi anda dalam *Substansi Non Instruksional*, Anda perlu latihan. Aktivitas-aktivitas yang dirancang dalam modul ini selain mengembangkan kompetensi matematika, juga mengembangkan kompetensi *Substansi Non Instruksional*. Untuk itu, maka dalam menggunakan modul ini Anda harus melaksanakan tugas-tugas yang telah dirancang.

1. buatlah rencana belajar Anda berdasarkan rancangan pembelajaran yang telah disusun oleh guru, untuk menguasai kompetensi Konsep Turunan dengan menggunakan format sebagai berikut.

No	Kegiatan	Pencapaian			Alasan Perubahan bila diperlukan	Paraf	
		Tgl.	Jam	Tempat		Siswa	Guru

Mengetahui
Guru pembimbing

(.....)

.....,2008

Peserta Didik

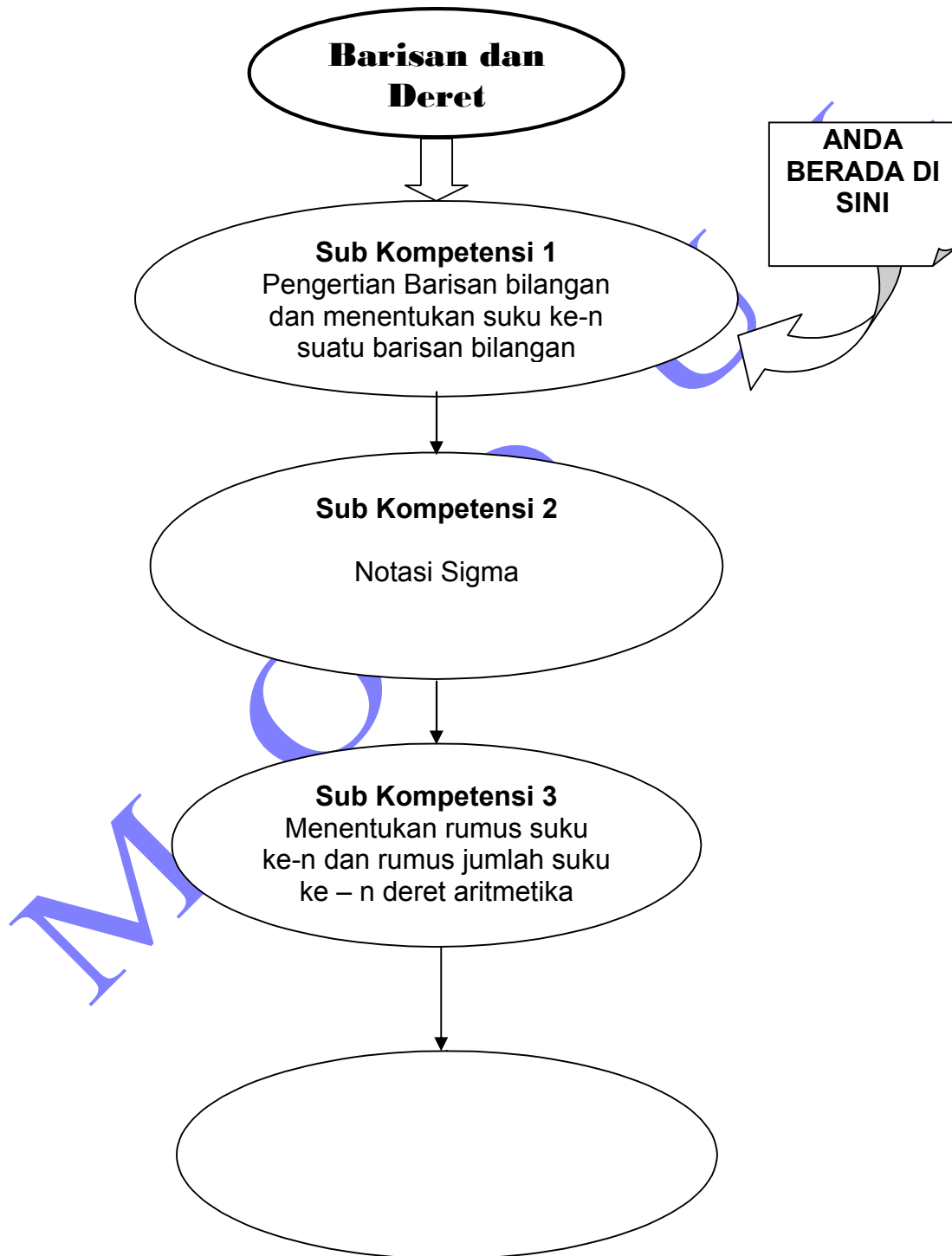
(.....)

2. Rumuskan hasil belajar Anda sesuai standar bukti belajar yang telah ditetapkan.
 - a. Untuk penguasaan pengetahuan, Anda dapat membuat suatu ringkasan menurut pengertian Anda sendiri terhadap konsep-konsep yang berkaitan dengan kompetensi yang telah dipelajari. Selain ringkasan, Anda juga dapat melengkapinya dengan *kliping* terhadap informasi-informasi yang relevan dengan kompetensi yang sedang Anda pelajari.
 - b. Tahapan pekerjaan Anda dapat dituliskan/digambarkan dalam diagram alir yang dilengkapi dengan penjelasannya (siapa penanggung jawab setiap tahapan pekerjaan, siapa yang terlibat, kapan direncanakan, kapan direalisasikan, dan hasilnya apa).
 - c. Produk hasil praktek dalam kegiatan ini dapat Anda kumpulkan berupa contoh benda kerja, atau dalam bentuk visualisasinya (gambar, foto, dan lain-lain).
 - d. Setiap tahapan proses akan diakhiri dengan penilaian, lakukanlah diskusi dengan guru pembimbing untuk mendapatkan persetujuan, dan apabila ada hal-hal yang harus diperbaiki/dilengkapi, maka Anda harus melaksanakan saran guru pembimbing Anda.

B. KEGIATAN BELAJAR

1. KEGIATAN BELAJAR 1

Pengertian Barisan bilangan dan menentukan suku ke-n suatu barisan bilangan



a. Tujuan Kegiatan Belajar 1

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, Anda diharapkan :

1. Dapat memahami pengertian barisan bilangan
2. Dapat menentukan suku ke-n suatu barisan bilangan

b. Uraian Materi

A. Barisan Bilangan

1. Mengetahui pengertian barisan suatu bilangan

Perhatikan ilustrasi berikut! Seorang karyawan pada awalnya memperoleh gaji sebesar Rp.600.000,00. Selanjutnya, setiap bulan berikutnya gaji yang diperoleh bertambah Rp.5.000,00. jika kita susun gaji karyawan itu mulai bulan pertama adalah sebagai berikut.

Rp.600.000,00, Rp.605.000,00, Rp.610.000,00, Rp.615.000,00,.....

Susunan yang demikian dinamakan barisan. Bilangan pertama disebut *suku pertama* (U_1), bilangan kedua disebut *suku kedua* (U_2), dan seterusnya. Suku ke-n dari suatu barisan bilangan dinotasikan dengan U_n .

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut.

- ✓ Barisan bilangan adalah bilangan-bilangan yang diurutkan dengan aturan atau pola tertentu.
- ✓ Suku dari barisan bilangan adalah setiap bilangan pada barisan bilangan tersebut.

2. Menentukan dan menghitung suku ke-n suatu barisan bilangan.

Seperti yang telah kalian ketahui bahwa suatu barisan selalu memiliki pola yang teratur sehingga suku ke-n dapat ditentukan. Jika pola barisan bilangan telah diketahui kalian dapat dengan mudah menentukan suku ke-n barisan tersebut.

Perhatikan contoh berikut!

1. Manakah suku yang harus diganti dari barisan di bawah ini?

2,3,5,7,9,13,17,19,23,29,.....

Jawab:

Jika dipandang sekilas tampaknya suku pertama yang harus diganti sebab bukan bilangan ganjil. Namun, dengan mengganti suku pertama ternyata belum menjadi barisan yang benar (lihat suku ke-6, ke-7, ke-8, ke-9, dan ke-10). Jadi, manakah yang harus kita ganti? Ternyata semua bilangan pada barisan di atas adalah bilangan prima, kecuali suku ke-5 sehingga suku ke-5 itulah yang harus diganti dengan 11.

1. Jika $U_n = n^2 - 1$, tentukan suku-suku dari barisan itu dan bentuklah barisannya!

Jawab:

$$U_n = n^2 - 1$$

$$U_1 = 1^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$U_2 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$U_3 = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$$

$$U_4 = 4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$U_5 = 5^2 - 1 = 25 - 1 = 24, \text{ dan seterusnya.}$$

Jadi barisan bilangan tersebut adalah 0, 3, 8, 15, 24,.....

2. Jika $U_n = 5n - 3$, tentukan suku-suku dari barisan itu dan bentuklah barisannya!

Jawab:

$$U_n = 5n - 3$$

$$U_1 = 5(1) - 3 = 5 - 3 = 2$$

$$U_2 = 5(2) - 3 = 10 - 3 = 7$$

$$U_3 = 5(3) - 3 = 15 - 3 = 12$$

$$U_4 = 5(4) - 3 = 20 - 3 = 17$$

$$U_5 = 5(5) - 3 = 25 - 3 = 22, \text{ dan seterusnya.}$$

Jadi barisan bilangan tersebut adalah 2, 7, 12, 17, 22,.....

Jika bilangan – bilangan diurutkan dengan *aturan tertentu*, maka akan diperoleh **suatu barisan bilangan**. Tiap-tiap bilangan yang terdapat pada barisan bilangan disebut **suku** dari barisan itu. Jika aturan suatu barisan telah diketahui, maka suku berikutnya dari barisan tersebut dapat ditentukan.

Contoh:

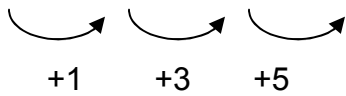
1. 2, 6, 10, 14, ...



Aturan pembentukannya adalah “ditambah 4”

Dua suku berikutnya adalah 18 dan 22

2. 1, 2, 5, 10, ...



Aturan pembentukannya adalah “ditambah bilangan ganjil berurutan”

Dua suku berikutnya adalah 17 dan 26

3. 1, 1, 2, 3, 5, ...

Aturan pembentukannya adalah “suku berikutnya adalah dengan menjumlahkan dua suku di depannya”

Dua suku berikutnya adalah $3 + 5 = 8$ dan $5 + 8 = 13$

Barisan bilangan 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... disebut **barisan Fibonacci**

Suku ke- n dari suatu barisan bilangan dapat di tulis U_n . Dengan demikian suku ke-1 dapat di tulis U_1 dan suku ke-100 dapat ditulis U_{100} .

A. Barisan dengan aturan di tambah bilangan yang sama.

Jika aturan suatu barisan di tambah b , maka suku ke- n akan memuat $b \times n$ yaitu $U_n = b \times n + \dots$ atau $U_n = b \times n - \dots$

Contoh 4.

a. 5, 8, 11, 14,....

Karena aturannya di tambah 3, maka rumus suku ke-n memuat $3n$, yaitu

$$U_1 = 5 = 3 \times 1 + 2 \longrightarrow \text{ditentukan sendiri agar hasilnya sama dengan yang dimaksud}$$

$$U_2 = 8 = 3 \times 2 + 2$$

$$\text{Jadi } U_n = 3 \times n + 2 \\ = 3n + 2$$

Contoh:

1. 3, 6, 9, 12, ...
+3 +3 +3

$$U_1 = 3 = 3 \times 1$$

$$U_3 = 9 = 3 \times 3$$

$$U_2 = 6 = 3 \times 2$$

$$U_4 = 12 = 3 \times 4$$

Jadi suku ke-n = $U_n = 3 \times n = 3n$

2. 4, 8, 12, 16, ...
+3 +3 +3

$$U_1 = 4 = 4 \times 1$$

$$U_3 = 12 = 4 \times 3$$

$$U_2 = 8 = 4 \times 2$$

$$U_4 = 16 = 4 \times 4$$

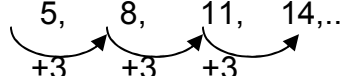
Jadi suku ke-n = $U_n = 4 \times n = 4n$

Dari kedua contoh di atas, diperoleh hubungan sebagai berikut.

- (i) jika aturan barisan ditambah dengan 3, maka rumus suku ke-n memuat $3 \times n$
- (ii) jika aturan barisan ditambah dengan 4, maka rumus suku ke-n memuat $4 \times n$

Jika aturan suatu barisan ditambah dengan b , maka suku ke- n akan memuat $b \times n$ yaitu $U_n = b \times n + \dots$ atau $U_n = b \times n - \dots$

Contoh:

1. $5, 8, 11, 14, \dots$


karena aturannya ditambah 3, maka rumus suku ke- n memuat $3n$, yaitu

$$U_1 = 5 = 3 \times 1 + 2$$

← ditentukan sendiri agar hasilnya sama seperti barisan yang dimaksud

$$U_2 = 8 = 3 \times 2 + 2$$

$$\text{Jadi, } U_n = 3 \times n + 2$$

$$= 3n + 2$$

gunakan rumus di atas untuk mengecek suku ke-4, maka:

$$U_n = 3n + 2$$

$$U_4 = 3 \times 4 + 2 = 14$$

..... → sesuai dengan suku ke-4 pada barisan di atas

B. Barisan dengan aturan dikali atau di pangkatkan

Untuk menentukan suku ke- n barisan seperti ini, maka harus di tentukan hubungan antara masing-masing suku dengan bentuk bilangan berpangkat.

Contoh 4.

a. $2, 4, 8, 16, \dots$

$$U_1 = 2 = 2^1 \quad U_2 = 4 = 2^2, \quad U_3 = 8 = 2^3, \quad U_4 = 16 = 2^4$$

Bilangan pokok selalu 2 dan pangkat sesuai dengan urutan suku, maka

$$U_n = 2^n.$$

b. 4, 9, 16, 25,....

$$\begin{array}{llll} U_1 = 4 = 2^2 & U_2 = 9 = 3^2, & U_3 = 16 = 4^2, & U_4 = 25 = 5^2 \\ = (1+1)^2 & = (2+1)^2 & = (3+1)^2 & = (4+1)^2 \end{array}$$

Pangkat selalu 2, dan bilangan pokok adalah urutan suku ditambah 1,

maka $U_n = (n + 1)^2$.

Latihan :

1. Tentukan aturan pembentukan dari barisan : $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7} !$
2. Tuliskan aturan pembentukan dari barisan 5, 10, 20, 40, 80,....
3. Tuliskan aturan pembentukan dari barisan 8, 5, 2, -1, -2,.....

c. Rangkuman Kegiatan Belajar 1

1. Jika bilangan – bilangan diurutkan dengan *aturan tertentu*, maka akan diperoleh **suatu barisan bilangan**. Tiap-tiap bilangan yang terdapat pada barisan bilangan disebut **suku** dari barisan itu.
2. Barisan bilangan 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... disebut **barisan Fibonacci**
3. Jika aturan suatu barisan di tambah b, maka suku ke-n akan memuat b x n yaitu $U_n = b \times n + \dots$ atau $U_n = b \times n - \dots$

d. Tugas Kegiatan Belajar 1

Diskusikan soal-soal LKS tentang konsep barisan dan deret, untuk dipresentasikan.

e. Tes Formatif

1. Tuliskan rumus suku ke-n dari barisan 0, 2, 4, 8,.....
2. U_{n-1} adalah bilangan yang ke- (n - 1) dari suatu barisan bilangan.
Apabila $U_{n-1} = n(n - 1)$, maka $U_3 = \dots$
3. Pada barisan aritmetika : 64, 60, 56, 52,....nilai nol adalah suku ke....

4. Bila 4, A_1 , A_2 , A_3 , 28 membentuk barisan aritmetika, maka nilai A_3 adalah.....
5. Dari barisan 6, 14, a, 30,nilai a yang memenuhi adalah.....
6. Diberikan suatu barisan -2, 2, 6,....Apabila suku ke-n barisan itu sama dengan 34, maka $n = \dots$. Tentukan aturan pembentukannya.
7. Suku ke-211 dari barisan aritmetika 3, 8, 13, 18,....adalah.....dan tentukan aturan pembentukan barisannya.

Cocokkan hasil ulangan Anda dengan kunci jawaban yang tersedia di halaman belakang Modul ini. Hitung skor yang Anda peroleh. Kerjakan saran-saran yang sesuai dengan skor yang Anda peroleh.
Ingat !!! Jangan melihat kunci sebelum Anda selesai mengerjakan.

Bobot soal ditentukan sebagai berikut !

Nomor soal	Bobot	Keterangan
3,4, 5 dan 6	1 2	Skor Maksimal = 20
1,2	4	
7	6	

f. LKS 1

**Lembar Kerja Siswa
(LKS)**

Nama :

Tanggal :

Materi Pokok : Barisan dan deret

Alokasi Waktu : 15 Menit

1. Di berikan suku ke-n dari suatu barisan $U_n = n^2 + n$, Tuliskan barisan itu dan tentukan aturan pembentukannya.
2. Tuliskan 5 suku yang pertama dari barisan $2^n - 1$ dan tentukan aturan pembentukannya.
3. Tentukan aturan pembentukan dari barisan bilangan :
 - a. 15, 12, 9, 6,....
 - b. 9, 13, 17, 21,...



M

g. Tingkat Penguasaan

Rumus :

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{jumlah skor yang diperoleh}}{20} \times 100\%$$

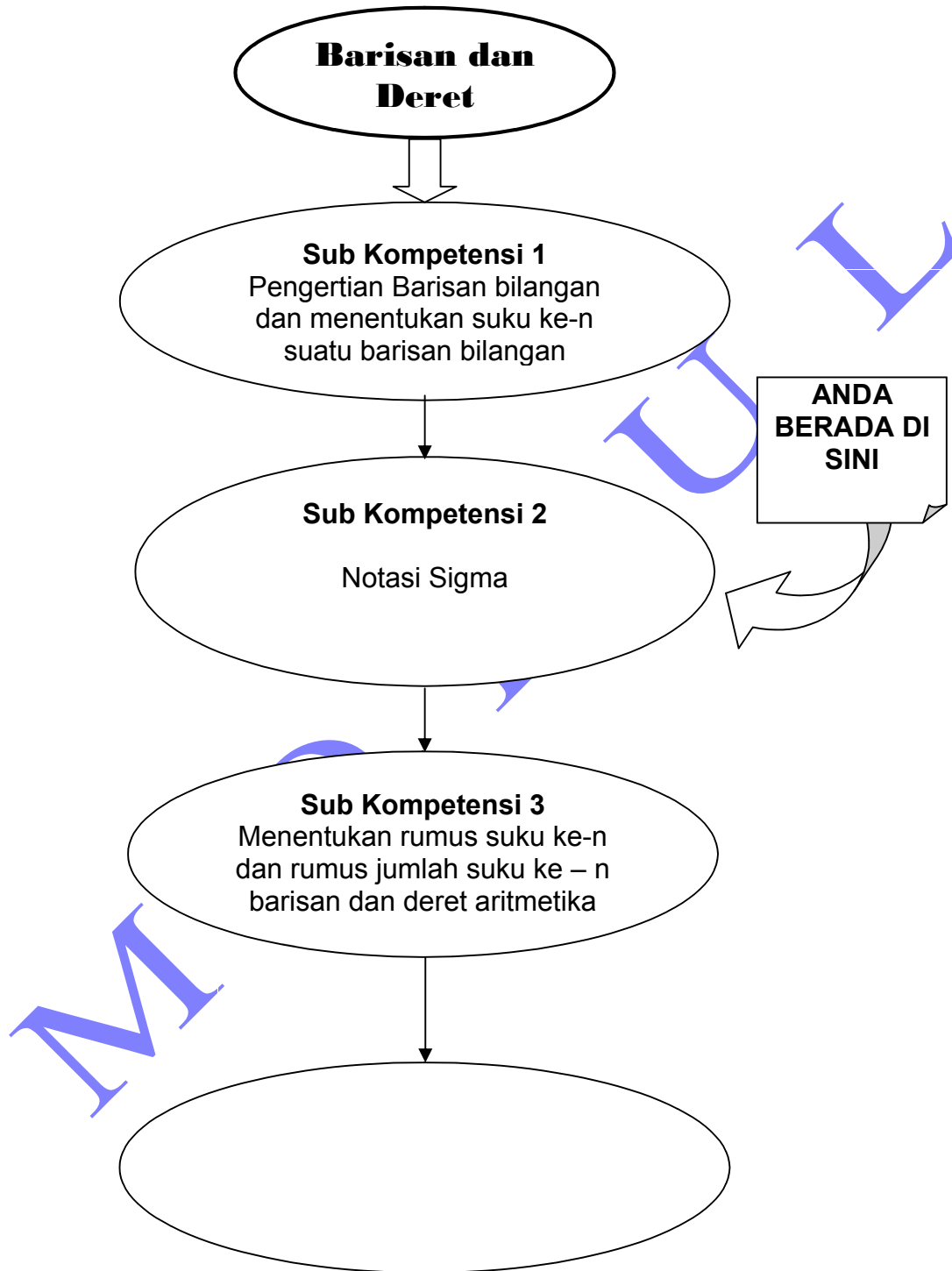
Saran-saran yang harus Anda lakukan, sesuai dengan tingkat penguasaan yang telah Anda capai sebagai berikut :

1. > 80 % Bagus ! pertahankan prestasi yang telah Anda capai dan Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2
2. 60 – 80 % Anda masih perlu membaca kembali teks sub kompetensi ini dengan lebih seksama, terutama bagian yang belum Anda kuasai
3. < 60 % Anda belum belajar bersungguh-sungguh, Anda harus mengejar ketinggalan dan bertanyalah pada guru mata pelajaran tentang kesulitan Anda

MODUL

Kegiatan Belajar 2 :

Notasi Sigma



Tujuan Kegiatan Belajar 2 :

Kognitif

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, Anda diharapkan mampu :

1. Dapat menjelaskan pengertian sigma
2. Dapat mengetahui sifat-sifat notasi sigma

Afektif

Dalam mengikuti pembelajaran matematika tentang rumus sinus dan kosinus dua sudut, selisih dua sudut, dan sudut ganda untuk menghitung sinus dan kosinus sudut tertentu maka siswa :

1. Memperlihatkan kesiapan dalam mengikuti pembelajaran.
2. Memperhatikan dengan baik setiap materi yang diberikan.
3. Mengikuti pembelajaran dengan serius dan teliti.
4. Menunjukkan keaktifan dalam kegiatan pembelajaran.

Psikomotor

a. Uraian Materi

1. Pengertian notasi sigma

Pernahkah kalian menjumlahkan bilangan seperti berikut ini?

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$$

atau

$$1 + 4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 34$$

Untuk menyederhanakan penulisan penjumlahan yang panjang, diberikan notasi sigma sebagai berikut.

$$1+2+3+4+\dots+100 = \sum_{n=1}^{100} n$$

$$1 + 4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 34 = \sum_{k=1}^{12} (3k - 2)$$

Lambang \sum (baca sigma) diambil dari huruf besar Yunani untuk S yang berarti Sum atau jumlah.

Contoh

Nyatakanlah penjumlahan berikut ini ke dalam notasi sigma!

a. $2+4+6+8+10$

b. $1+3+5+7+9$

c. $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17$

d. $2+6+10+14+18$

e. $11+17+23+29$ f. $-3+8-13+18-23$

g. $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4$

Jawab:

$$a. 2+4+6+8+10 = \sum_{n=1}^5 2n$$

$$b. 1+3+5+7+9 = \sum_{n=1}^5 (2n-1)$$

$$c. 2+5+8+11+14+17 = \sum_{n=1}^6 (3n-1)$$

$$d. 2 + 6 + 10 + 14 + 18 = \sum_{n=1}^5 (4n-2)$$

$$e. 11+17+23+29 = \sum_{n=1}^4 (6n+5)$$

$$f. -3 + 8 - 13 + 18 - 23 = \sum_{n=1}^5 (5n-2)(-1)^n$$

$$g. 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 = \sum_{n=1}^5 (kx^{k-1})$$

Pada contoh di atas, semua penjumlahan dimulai dengan suku ke-1, padahal bisa saja suatu deret suku pertamanya a_0 (berindeks 0), sehingga ditulis sebagai berikut.

$$\sum_{k=0}^m a_k = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_m$$

Selain itu, jika suatu deret dimulai tidak dari suku pertama, misalnya ketiga, maka ditulis sebagai berikut.

$$\sum_{k=3}^m a_k = a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

b. Sifat-sifat notasi sigma

$$a. \sum_{k=1}^n C = nC$$

$$b. \sum_{k=1}^n Ca_k = C \sum_{k=1}^n a_k$$

$$c. \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

Bukti:

$$a. \sum_{k=1}^n C \text{ dengan } a_k = C$$

$$= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$= \underbrace{C + C + C + \dots + C}_{\text{sebanyak } n \text{ kali}}$$

$$= nC$$

b. Sifat b merupakan suatu sifat distributif notasi sigma. Jika setiap suku dalam suatu penjumlahan mempunyai faktor C maka dapat difaktorkan di luar penjumlahan itu.

$$\text{Jadi, } \sum_{k=1}^n Ca_k = C \sum_{k=1}^n a_k$$

$$c. \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + (a_3 + b_3) + \dots + (a_n + b_n)$$

$$= (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n)$$

$$= \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

Contoh

Hitunglah $\sum_{k=1}^4 (3k^2 + 2k + 7)$

Jawab:

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^4 (3k^2 + 2k + 7) &= 3\sum_{k=1}^4 k^2 + \sum_{k=1}^4 2k + \sum_{k=1}^4 7 \\ &= 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) + 2(1 + 2 + 3 + 4) + 7 \cdot 4 \\ &= 90 + 20 + 28 \\ &= 138\end{aligned}$$

c. Rangkuman Kegiatan Belajar 1

1) Lambang \sum (baca sigma) diambil dari huruf besar Yunani untuk S yang berarti Sum atau jumlah.

2) a. $\sum_{k=1}^n C = nC$

b. $\sum_{k=1}^n Ca_k = C \sum_{k=1}^n a_k$

c. $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$

d. Tugas Kegiatan Belajar 2

Diskusikan soal LKS tentang notasi sigma, untuk dipresentasikan

e. Tes Formatif

1. Jelaskan pengertian sigma!
2. Tuliskan $\sum_{i=1}^5 (2i - 1)$ dalam suku—suku penjumlahannya, kemudian hitunglah nilainya!
3. Tuliskan deret $3 + 6 + 12 + \dots + 3 \cdot 2^{n-1}$
4. Dengan menuliskan tiap notasi sigma berikut dalam suku-suku penjumlahan, tunjukkan bahwa $\sum_{i=1}^4 u_i = \sum_{j=1}^4 u_j$

❖ **Kunci Jawaban**

Cocokkan hasil ulangan Anda dengan kunci jawaban yang tersedia di bawah ini. Hitung skor yang anda peroleh, kerjakan saran-saran yang sesuai dengan skor yang anda peroleh
Ingat!! Jangan melihat kunci sebelum anda selesai mengerjakan.

1. Suatu deret $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ dapat ditulis dengan menggunakan notasi

sigma sebagai $\sum_{i=1}^n u_i$

2. $\sum_{i=1}^5 (2i - 1) = \{2(1) - 1\} + \{2(3) - 1\} + \{2(5) - 1\} = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$
3. $3 + 6 + 12 + 3 \cdot 2^{n-1}$; dengan suku ke- i adalah $u_i = 3 \cdot 2^{i-1}$
4. $\sum_{i=1}^4 u_i = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$

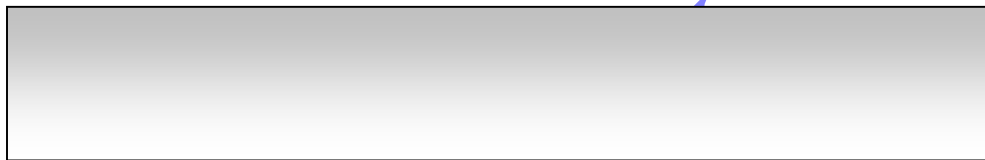
$$\sum_{j=1}^4 u_j = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$$

Bobot Soal ditentukan sebagai berikut :

Semua Soal diberi bobot 2.5 jadi skor maksimal adalah $5 \times 2 = 10$

Tingkat Penguasaan

Rumus :

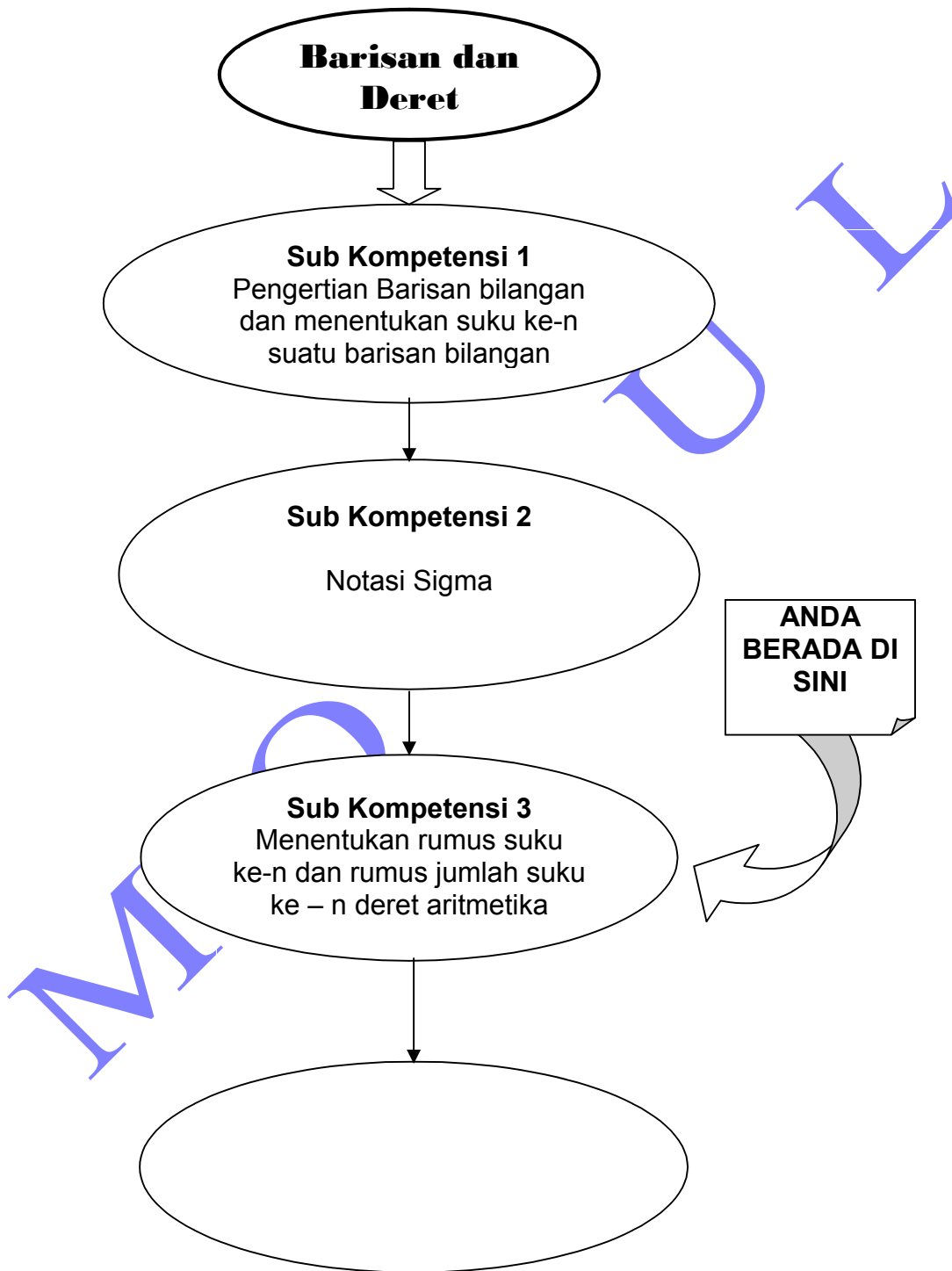


Saran-saran yang harus Anda lakukan, sesuai dengan tingkat penguasaan yang telah Anda capai sebagai berikut:

1. > 80 % Bagus! Pertahankan prestasi yang telah Anda capai dan Anda dapat meneruskan dengan kegiatan belajar 3.
2. 60 – 80 % Anda masih perlu membaca kembali teks sub kompetensi ini dengan lebih seksama, terutama bagian yang belum anda kuasai.
3. < 60 % Anda belum belajar bersungguh-sungguh, Anda harus mengejar ketinggalan dan bertanyalah pada guru mata pelajaran tentang kesulitan Anda.

1. Kegiatan Belajar 3 :

Menentukan rumus suku ke-n dan rumus jumlah suku ke – n deret aritmetika



a. Tujuan Kegiatan Belajar 3

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, Anda diharapkan :

1. Dapat menentukan rumus suku ke-n barisan dan deret aritmetika
2. Dapat menentukan rumus jumlah suku ke-n barisan dan deret aritmetika

b. Uraian Materi

a. Suku ke n Barisan aritmetika

Jika pada barisan aritmetika suku pertamanya $U_1 = a$ dan beda = b maka:

$$U_2 - U_1 = b \Leftrightarrow U_2 = U_1 + b$$

$$U_3 - U_2 = b \Leftrightarrow U_3 = U_2 + b = U_1 + 2b$$

$$U_4 - U_3 = b \Leftrightarrow U_4 = U_3 + b = U_1 + 3b$$

....

$$U_n - U_{n-1} = b$$

$$\Leftrightarrow U_n = U_{n-1} + b = U_1 + (n-1)b$$

Rumus suku ke-n barisan aritmetika adalah:

$$U_n = a + (n-1)b$$

U_n = suku ke-n

a = suku pertama

b = beda

Contoh

Tentukanlah suku ke -100 barisan aritmetika 5, 8, 11, ...!

Jawab:

$$n = 100;$$

$$a = 5; \text{ dan}$$

$$b = 11 - 8 = 8 - 5 = 3$$

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{100} = 5 + (100 - 1) \cdot 3$$

$$= 5 + (99) \cdot 3$$

$$= 5 + 297 = 302$$

Jadi, suku ke-100-nya adalah 302.

c. $U_n = a + (n-1)b$

$$\Leftrightarrow 147 = -1 + (n-1)2$$

$$\Leftrightarrow 147 = -1 + 2n - 2$$

$$\Leftrightarrow 2n = 150$$

$$\Leftrightarrow n = 75$$

Jadi, $U_n = 147$ terjadi pada $n = 75$.

b. Suku tengah barisan aritmetika

Suku tengah dari barisan aritmetika terjadi jika banyaknya suku ganjil. Rumus suku tengah dari barisan aritmetika adalah:

$$U_t = \frac{1}{2} (a + U_n)$$

Bukti:

Misalnya barisan aritmetika ganjil adalah $a, U_t,$

U_n maka:

$$U_t - a = U_n - U_t$$

$$\Leftrightarrow 2U_t = a + U_n$$

$$\Leftrightarrow U_t = \frac{1}{2} (a + U_n)$$

Contoh

Tentukanlah suku tengah barisan aritmetika jika suku pertamanya 3, bedanya 4, dan banyaknya suku 29!

Jawab:

$$a = 3; b = 4; \text{ dan } n = 29$$

$$U_t = \frac{1}{2} (a + U_n)$$

$$\Leftrightarrow U_t = \frac{1}{2} [a + \{a + (n - 1) b\}]$$

$$\Leftrightarrow U_t = \frac{1}{2} (2a + (n - 1) b)$$

$$\Leftrightarrow U_t = \frac{1}{2} \{2(3) + (29 - 1) 4\}$$

$$= \frac{1}{2} (6 + 28 \cdot 4)$$

$$= \frac{1}{2} (6+112)$$

$$= 59$$

Jadi, suku tengahnya adalah 59.

1. Rumus jumlah n suku pertama

Jika suku pertama dari barisan aritmetika dijumlahkan dan dinyatakan dengan

S_n , maka:

$$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_{n-2} + U_{n-1} + U_n$$

atau

$$S_n = U_n + U_{n-1} + U_{n-2} + \dots + U_2 + U_1$$

Sehingga

$$S_n = U_n + U_{n-1} + U_{n-2} + \dots + U_2 + U_1$$

$$\underline{S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_{n-2} + U_{n-1} + U_n +}$$

$$2S_n = (U_1 + U_n) + (U_1 + U_n) + \dots + (U_1 + U_n)$$

$$\Leftrightarrow 2S_n = n(U_1 + U_n)$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n) \text{ atau}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

karena $U_n = a + (n - 1)b$, maka:

$$S_n = \frac{n}{2} [a + a + (n-1)b]$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$$

Contoh

Hitunglah jumlah deret aritmetika berikut ini!

a. $1+3+5+7+\dots$ sampai 60 suku

b. $8+11+14+17+\dots$ sampai 20 suku

Jawab:

a. $1+3+5+7+\dots+U_{60}$

$a = 1$, $b = 2$, dan $n = 60$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$$

$$= \frac{60}{2} [2(1) + (60-1)2]$$

$$= \frac{60}{2} [2 + (59)2]$$

$$= 30 [2 + 118]$$

$$= 3600$$

b. $8+11+14+17+\dots+U_{20}$

$a = 8$, $b = 3$, dan $n = 20$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$$

$$= \frac{20}{2} [2(8) + (20-1)3]$$

$$= 10 f16+(19)3]$$

$$= 10 (73)$$

$$= 730$$

Deret aritmetika

Pengertian deret aritmetika, suku, dan beda

Dalam suatu barisan bilangan, jika suku-suku dari barisan bilangan itu dijumlahkan, maka penjumlahan berturut-turut dari suku barisan itu disebut **deret**.

Contoh:

No	Barisan bilangan	deret
1	1, 2, 3, 4, 5,...	1+2+3+4+5+...
2	2,4,6,7,8,10,...	2+4+6+7+8+10+...
3	1,4,7,10,13,...	1+4+7+10+13+...
4	3, 6, 12, 24, 48,	3+6+12+24+48+...
5	1, 4, 9,16,25,36,	1+4+9+16+25+36+...

Pada barisan bilangan, tiap – tiap bilangan yang terdapat pada barisan bilangan disebut **suku**. Hal ini juga berlaku untuk deret, yaitu setiap bilangan pada suatu deret disebut **suku**.

Pada deret $1+5+9+13+17+...$, maka:

Suku ke-1= 1, ditulis $U_1=1$,

Suku ke-2= 5, ditulis $U_2=5$,dst

Barisan bilangan dinyatakan dengan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ dan deret yang bersesuaian dengan barisan bilangan itu dinyatakan dengan $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$.

Pada suatu deret, jika hasil dari $U_2-U_1, U_3-U_2, U_4-U_3$ atau U_n-U_{n-1} **selalu tetap atau selalu sama**, maka deret tersebut disebut **deret aritmetika atau deret hitung**. Bilangan yang selalu tetap itu disebut **beda**.

Deret aritmetika atau **deret hitung** adalah deret yang mempunyai **beda yang tetap** atau $U_n - U_{n-1}$ **selalu tetap**. Bentuk umum dari **deret aritmetika** atau **deret hitung** adalah

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n.$$

Contoh:

Selidikilah bahwa $2+5+8+11+14+\dots$ adalah deret aritmetika

Jawab:

$$U_1=2, U_2=5, U_3=8, U_4=11, U_5=14$$

$$U_2 - U_1 = 5 - 2 = 3$$

$$U_3 - U_2 = 8 - 5 = 3$$

$$U_4 - U_3 = 11 - 8 = 3$$

$$U_5 - U_4 = 14 - 11 = 3$$

Karena bedanya selalu tetap yaitu 3, maka $2+5+8+11+14+\dots$ adalah deret aritmetika

Deret aritmetika naik dan turun.

Suatu deret aritmetika yang mempunyai beda lebih dari nol atau positif disebut aritmetika naik, sedangkan deret aritmetika yang mempunyai beda kurang dari nol atau negatif disebut deret aritmetika turun.

Contoh:

Tentukan jenis deret aritmetika berikut, naik atau turun!

1. $5+7+9+11+\dots$

2. $10+7+4+1+\dots$

Jawab:

1. $5+7+9+11+\dots$

$$U_2 - U_1 = 7 - 5 = 2$$

$$U_3 - U_2 = 9 - 7 = 2$$

$$U_4 - U_3 = 11 - 9 = 2$$

Karena beda adalah 2 maka $5+7+9+11+\dots$ adalah aritmetika naik

2. $10+7+4+1+\dots$

$$U_2 - U_1 = 7 - 10 = -3$$

$$U_3 - U_2 = 4 - 7 = -3$$

$$U_4 - U_3 = 1 - 4 = -3$$

Karena beda adalah -3 maka $10+7+4+1+\dots$ adalah aritmetika turun

Rumus suku ke- n deret aritmetika

Dalam deret aritmetika $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$. Dengan beda b maka dapat ditentukan :

$$U_2 = U_1 + b = U_1 + b = U_1 + (2-1)b$$

$$U_3 = U_1 + b + b = U_1 + 2b = U_1 + (3-1)b$$

$$U_4 = U_1 + b + b + b = U_1 + 3b = U_1 + (4-1)b$$

$$U_5 = U_1 + b + b + b + b = U_1 + 4b = U_1 + (5-1)b$$

$$U_n = U_1 + (n-1)b$$

Rumus suku ke-n untuk **deret aritmetika** adalah

$$U_n = U_1 + (n-1)b$$

U_n = suku ke-n

n = banyaknya suku

U_1 = suku pertama

b = beda

Contoh:

Dalam deret aritmetika diketahui $U_1=5$ dan $U_7=29$. tentukan besar bedanya!

Jawab:

$$U_1=5 \text{ dan } U_7=29, n=7$$

$$U_n = U_1 + (n-1)b$$

$$U_7 = 5 + (7-1)b$$

$$29 = 5 + (7-1)b$$

$$29 - 5 = (7-1)b$$

$$24 = 6b$$

$$b = 4$$

Jadi beda deret itu = 4

Sisipan dari deret aritmetika

Di antara dua bilangan nyata x dan y dapat disisipkan beberapa buah bilangan sehingga bilangan mula-mula dengan bilangan yang disisipkan membentuk **deret aritmetika**. Karena membentuk deret aritmetika, maka perlu diketahui besarnya beda dalam deret tersebut. Misal **beda** dalam deret baru itu adalah b_1 dan **banyaknya bilangan** yang disisipkan k buah bilangan, maka dapat ditulis deret aritmetikanya sebagai berikut:

$$x + (x + b_1) + (x + 2b_1) + \dots + (x + kb_1) + y$$

$$b_1 = y - (x + kb_1)$$

$$b_1 = y - (x + kb_1)$$

$$b_1 + kb_1 = y - x$$

$$b_1(1 + k) = y - x$$

$$b_1 = \frac{y - x}{k + 1}$$

Jadi besarnya beda dalam deret aritmetika yang didapat dengan menyisipkan k buah bilangan di antara dua bilangan x dan y dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut.

Besar beda yang baru dari deret yang telah mendapat sisipan adalah :

$$b_1 = \frac{y - x}{k + 1} \text{ atau } b_1 = \frac{b}{k + 1}$$

b = beda dari dua bilangan mula-mula yaitu x dan y

k = banyak bilangan yang disisipkan

Suku tengah

Suku tengah suatu deret aritmetika adalah suku yang terletak di tengah-tengah antara suku pertama dan terakhir. Jika suatu deret aritmetika ditentukan dengan $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ maka sebagai suku tengahnya adalah U_t dengan :

$$U_t = \frac{U_1 + U_n}{2}$$

Suku tengah dari suatu deret aritmetika adalah :

$$U_t = \frac{U_1 + U_n}{2}$$

Rumus jumlah n suku pertama

Jika n suku pertama dari deret aritmetika dinyatakan dengan S_n , maka :

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$U_2 = U_1 + b$$

$$U_3 = U_1 + 2b$$

$$U_{n-1} = U_n - b$$

$$U_{n-2} = U_n - 2b$$

Jadi $S_n = U_1 + (U_1 + b) + (U_1 + 2b) + \dots + (U_n - b) + (U_n - 2b) + (U_n)$

Jika urutan suku-suku pada penjumlahan di atas dibalik urutannya maka susunannya menjadi

$$S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \dots + (U_1 + b) + (U_1 + 2b) + (U_1)$$

$$S_n = U_1 + (U_1 + b) + (U_1 + 2b) + \dots + (U_n - b) + (U_n - 2b) + (U_n)$$

$$S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \dots + (U_1 + b) + (U_1 + 2b) + (U_1)$$

$$2S_n = \underbrace{(U_1 + U_2) + (U_1 + U_n) + (U_1 + U_n) + \dots + (U_1 + U_2) + (U_1 + U_n) + (U_1 + U_n)}_{\text{penjumlahan berulang dari } (U_1 + U_2) \text{ sebanyak } n \text{ suku}}$$

maka $2S_n = n(U_1 + U_2)$

$$S_n = (U_1 + U_2) : 2$$

$$S_n = \frac{1}{2} n(U_1 + U_n)$$

$$\text{Atau } S_n = \frac{1}{2} n(U_1 + U_1 + (n-1)b)$$

Rumus jumlah n suku pertama dari deret aritmetika adalah:

$$S_n = \frac{1}{2} n (U_1 + U_n) \quad \text{Atau } S_n = \frac{1}{2} n(U_1 + U_1 + (n-1)b)$$

c. Rangkuman Kegiatan Belajar 3

1. Deret aritmetika atau deret hitung adalah deret yang mempunyai beda yang tetap atau $U_n - U_{n-1}$ selalu tetap.
2. Suatu barisan $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ disebut barisan aritmetika jika untuk sebarang nilai n berlaku hubungan: $u_n - u_{n-1} = b$, dengan b adalah suatu tetapan (konstanta) yang tidak tergantung pada n .
3. Jika Rumus suku ke- n barisan aritmetika adalah:

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_n = \text{suku ke-}n$$

$$a = \text{suku pertama}$$

$$b = \text{beda}$$

4. Rumus suku tengah dari barisan aritmetika adalah:

$$U_t = \frac{1}{2} (a + U_n)$$

5. Rumus jumlah n suku pertama

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

$$U_t = \frac{1}{2}(a + U_n)$$

6. Bentuk umum dari deret aritmetika atau deret hitung adalah $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$.
7. Suatu deret aritmetika yang mempunyai beda lebih dari nol atau positif disebut aritmetika naik, sedangkan deret aritmetika yang mempunyai beda kurang dari nol atau negatif disebut deret aritmetika turun.
8. Rumus suku ke-n untuk deret aritmetika adalah $U_n = U_1 + (n-1)b$
9. Besar beda yang baru dari deret yang telah mendapat sisipan adalah

$$b_1 = \frac{y-x}{k+1} \text{ atau } b_1 = \frac{b}{k+1}$$

10. Suku tengah dari suatu deret aritmetika adalah $U_t = \frac{U_1 + U_n}{2}$
11. Rumus jumlah n suku pertama dari deret aritmetika adalah:

$$S_n = \frac{1}{2}n(U_1 + U_n) \text{ Atau } S_n = \frac{1}{2}n(U_1 + U_1 + (n-1)b)$$

d. Tugas Kegiatan Belajar 3

Diskusikan soal-soal LKS tentang konsep barisan dan deret, untuk dipresentasikan.

d. Tes Formatif

1. Jelaskan pengertian barisan aritmetika!
2. Tentukan suku pertama, beda, dan suku ke-6 dari barisan aritmetika 4, 1, -2, -5,...
3. Suku ketiga suatu barisan aritmetika sama dengan 11, sedangkan suku kesepuluh sama dengan 39.
4. carilah suku pertama dan beda barisan itu
5. carilah rumus suku ke-n

6. Diketahui barisan aritmetika 3, 5, 7, 9,..., 95. banyak suku pada barisan itu adalah ganjil.
- carilah suku tengahnya
 - suku ke berapakah suku tengahnya itu
 - berapakah banyak suku barisan itu?
7. Hitunglah suku kesembilan dari barisan : $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \dots$?
8. Berapakah suku ke-n dari barisan bilangan : $U_3, U_4, U_5, U_6, \dots$ dengan $b = U_4 - U_3 = U_5 - U_4 = U_6 - U_5$?
9. Tuliskan rumus suku ke-n dari barisan 5, 10, 20, 40, 80,....
10. Pada suatu deret aritmetika diketahui $S_n = 5n^n + n$. Tentukan nilai U_n
11. Tentukan jumlah deret dari $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$
12. Pada suatu deret aritmetika diketahui $S_n = 7n^n + 3n$
13. Jumlah suku pertama suatu deret aritmetika adalah 120, dan jumlah 3 suku pertama adalah 30. Tentukan beda deret tersebut.

Cocokkan hasil ulangan Anda dengan kunci jawaban yang tersedia di halaman belakang Modul ini. Hitung skor yang Anda peroleh. Kerjakan saran-saran yang sesuai dengan skor yang Anda peroleh.

Ingat !!! Jangan melihat kunci sebelum Anda selesai mengerjakan.

Bobot soal ditentukan sebagai berikut !

Nomor soal	Bobot	Keterangan
1, 2, 3,	2	Skor
4, 5, 6 dan	3	Maksimal = 20
7	5	

f. LKS 1

Lembar Kerja Siswa

(LKS)

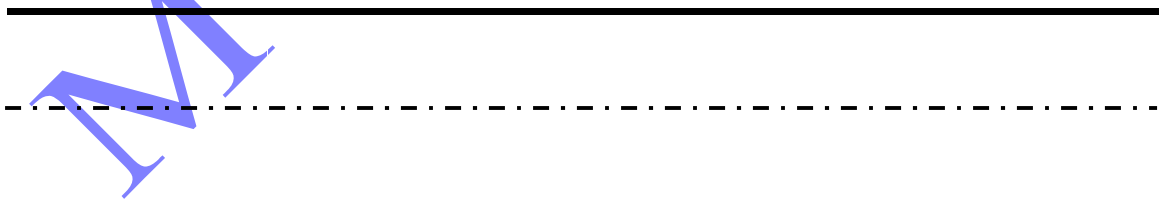
Nama :

Tanggal :

Materi Pokok : **Barisan dan deret**

Alokasi Waktu : **15 Menit**

1. Suatu deret aritmetika memiliki $U_n = 8n + 9$. Tentukan rumus S_n
2. Suatu deret aritmetika memiliki $U_n = Dn + E$, di mana D dan E adalah konstanta.. Tentukan rumus S_n
3. Perhatikan kelompok – kelompok bilangan berikut ini ;
(1), (2, 3, 4, 5, 6), (7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15),.....
Tentukan :
 - a) Suku tengah kelompok ke-70
 - b) Jumlah bilangan – bilangan pada kelompok n



h. Tingkat Penguasaan

Rumus :

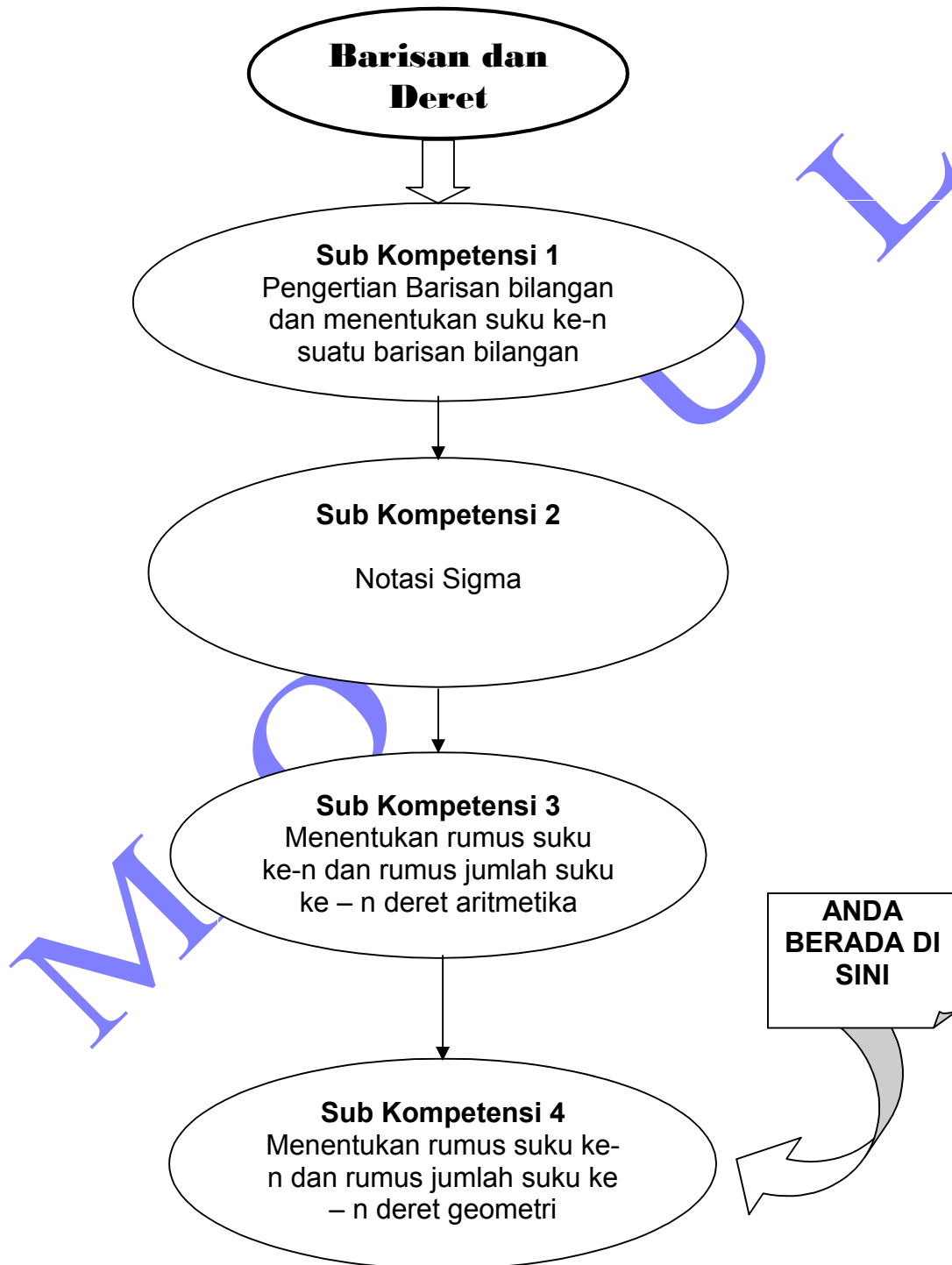
$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{jumlah skor yang diperoleh}}{20} \times 100\%$$

Saran-saran yang harus Anda lakukan, sesuai dengan tingkat penguasaan yang telah Anda capai sebagai berikut :

1. > 80 % Bagus ! pertahankan prestasi yang telah Anda capai dan Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 4
2. 60 – 80 % Anda masih perlu membaca kembali teks sub kompetensi ini dengan lebih seksama, terutama bagian yang belum Anda kuasai
3. < 60 % Anda belum belajar bersungguh-sungguh, Anda harus mengejar ketinggalan dan bertanyalah pada guru mata pelajaran tentang kesulitan Anda

MODUL

1. **Kegiatan belajar 4 :**
Menentukan rumus suku ke-n dan rumus jumlah suku ke – n deret geometri



a. Tujuan Kegiatan Belajar 4

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, Anda diharapkan :

1. Dapat menentukan rumus suku ke-n deret geometri
2. Dapat menentukan rumus jumlah suku ke-n deret geometri

b. Uraian Materi

1. Pengertian barisan geometri

Sebuah barisan bilangan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ disebut barisan geometri jika berlaku:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \text{Konstanta}$$

Konstanta itu disebut ratio, dinyatakan dengan r , dirumuskan sebagai:

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Contoh

Tentukan rasio dari barisan geometri berikut ini!

a. 3, 9, 27, 81,

b. 2, 8, 32, 128,

c. 100, 50, 25, $12\frac{1}{2}$,

d. $4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \frac{4}{27}, \dots$

e. 16, -8, 4, -2,

Jawab:

a. $r = \frac{9}{3} = \frac{27}{9} = \frac{81}{27} = 3$

b. $r = \frac{8}{2} = \frac{32}{8} = \frac{128}{32} = 4$

c. $r = \frac{50}{100} = \frac{25}{50} = \frac{12\frac{1}{2}}{25} = \frac{1}{2}$

d. $r = \frac{\frac{4}{3}}{4} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{27}}{\frac{4}{9}} = \frac{1}{3}$

$$e. r = \frac{-8}{16} = \frac{4}{-8} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

2. Rumus Suku ke n

Pada barisan geometri $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$, jika $U_1 = a$ maka berlaku:

$$\frac{U_2}{U_1} = r \Leftrightarrow U_2 = U_1 r = ar$$

$$\frac{U_3}{U_2} = r \Leftrightarrow U_3 = U_2 r = ar^2$$

$$\frac{U_4}{U_3} = r \Leftrightarrow U_4 = U_3 r = ar^3$$

$$\frac{U_n}{U_{n-1}} = r \Leftrightarrow U_n = U_{n-1} r = ar^{n-1}$$

Dari uraian di atas, didapat bentuk barisan geometri:

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}$$

Suku ke-n barisan geometrinya adalah:

$$U_n = ar^{n-1}$$

Contoh

Tentukan rumus suku ke-n dari barisan geometri berikut ini!

a. 2, 4, 8, 16,

b. $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

Jawab:

a. Barisan geometri 2, 4, 8, 16,

$$U_1 = a = 2$$

$$r = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$$

$$U_n = ar^{n-1} \\ = 2 \cdot 2^{n-1} \\ = 2^n$$

Jadi, suku ke-n-nya adalah $U_n = 2^n$.

b. Barisan $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

$$U_1 = a = 3$$

$$r = \frac{3/2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$= 3\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Contoh

Tentukan suku yang ditanyakan dari barisan geometri berikut ini!

a. 1, 2, 4, 8, ... suku ke-20

b. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ suku ke-8

Jawab:

a. $a = 1, r = 2, \text{ dan } n = 20$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_{20} = 1 \cdot 2^{19} = 524.288$$

b. $a = 1, r = \frac{1}{2}, \text{ dan } n = 8$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_8 = 1 \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 1 \cdot 2^{-7} = \frac{1}{128}$$

Contoh

Diketahui suku ke-3 barisan geometri adalah 36 dan suku ke-5-nya adalah 81. Tentukan suku pertama dan rasionya!

Jawab:

$$U_5 = ar^4 = 81$$

$$U_3 = ar^2 = 36 \quad \therefore$$

$$r^2 = \frac{9}{4}$$

$$r = \frac{3}{2}$$

$$ar^2 = 36$$

$$a \times \frac{9}{4} = 36$$

$$a = 36 \times \frac{4}{9}$$

$$a = 16$$

Jadi, suku pertamanya 16 dan rasionya $\frac{3}{2}$.

Dalam bisnis dan manajemen, barisan geometri sering digunakan untuk mempermudah perhitungan pertambahan dan penyusutan.

Misal uang sebesar M_0 disimpan di Bank dengan bunga majemuk $P\%$ per tahun.

- Pada akhir tahun pertama:

$$M_1 = M_0 + \frac{P}{100} M_0 = M_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)$$

- Pada akhir tahun kedua: P

$$M_2 = M_1 + \frac{P}{100} M_1 = M_1 \left(1 + \frac{P}{100}\right)$$

$$= M_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right) \left(1 + \frac{P}{100}\right)$$

$$= M_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^2$$

Dengan cara yang sama, diperoleh bahwa pada akhir tahun ke- n uang tersebut menjadilah:

$$M_n = M_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$$

Contoh

Uang sebesar Rp 4.000.000,00 disimpan di Bank selama enam tahun dengan suku bunga majemuk 15% per tahun. Hitunglah jumlah uang setelah akhir tahun keenam!

Jawab:

$$M_n = M_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$$

$$M_6 = 4.000.000 (1 + 0,15)^6$$

$$= 4.000.000 (1,15)^6$$

$$= 4.000.000 (2,3131)$$

$$= 9.252.400,00$$

Jadi, setelah 6 tahun uang tersebut menjadilah Rp 9.252.400,00.

3. Rumus Jumlah n Suku pertama deret geometri

Jika $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ dengan $U_1 = a$ dan rasio = r , maka jumlah n suku pertamanya adalah S_n .

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$$

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

$$\underline{S_n - rS_n = a - ar^n}$$

$$S_n(1-r) = a(1-r^n)$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ dan } r \neq 1$$

sehingga dapat dirumuskan:

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1$$

Contoh

Hitunglah jumlah 10 suku yang pertama dari deret geometri $2+4+8+16+\dots$

Jawab:

$a = 2$, $r = 2$, dan $n = 10$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{2(2^{10} - 1)}{2 - 1} \\ &= 2(1023) \\ &= 2046 \end{aligned}$$

Contoh

Diketahui deret geometri $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n$. Jika jumlah deret tersebut 1.092, berapakah n ?

Jawab:

$a = 3$, $r = 3$, dan $S_n = 1.092$.

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\Leftrightarrow 1.092 = \frac{3(3^n - 1)}{3 - 1}$$

$$\Leftrightarrow 2.184 = 3(3^n - 1)$$

$$\Leftrightarrow 728 = 3^n - 1$$

$$\Leftrightarrow 3^n = 729$$

$$\Leftrightarrow n = 6$$

Jadi, banyaknya suku adalah 6.

Contoh

Hitunglah jumlah sampai 8 suku dari deret geometri $16+8+4+2+\dots$

Jawab:

$$a = 16, r = \frac{1}{2}, \text{ dan } n = 8$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_8 = \frac{16(1-\frac{1}{2^8})}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{16(1-\frac{1}{256})}{\frac{1}{2}}$$

$$= 32\left(\frac{225}{256}\right)$$

$$= 31,875$$

Jadi, jumlah sampai 8 sukunya adalah 31,875.

Contoh

Pak Rizal setiap awal bulan menabung di bank sebesar Rp 10.000,00. Jika bank memberikan suku bunga sebesar 1% per bulan dan bunganya setiap akhir bulan ditambahkan pada tabungannya, berapa uang Pak Rizal pada akhir tahun kedua jika ia tidak pernah mengambil tabungannya?

Jawab:

Faktor pertumbuhan $1 + 1\% = 1,01$

Tabungan bulan pertama menjadi

$$M_{24} = M_0 \times 1,01^{24}$$

Tabungan bulan kedua,

$$M_{23} = M_0 \times 1,01^{23}$$

Tabungan bulan ke-24,

$$M_1 = M_0 \times 1,01$$

Ini merupakan deret geometri dengan:

$$a = M_0 \times 1,01$$

$$= 10.000 (1,01)$$

$$= 10.100$$

$$n = 24$$

sehingga:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_{24} = \frac{10.100(1,01^{24} - 1)}{1,01 - 1}$$

$$= 272.431,34$$

Jadi, pada akhir tahun kedua jumlah tabungan Pak Rizal menjadi Rp 272.431,34.

4. Suku tengah (U_t) barisan geometri

Suku tengah pada barisan geometri terjadi jika jumlah sukunya ganjil. Rumus suku tengahnya adalah:

$$U_t = \pm \sqrt{a \cdot U_n}$$

Bukti:

Barisan geometri a , U_t , dan U_n .

Pada barisan geometri tersebut, tentunya memenuhi sifat:

$$\frac{U_t}{a} = \frac{U_n}{U_t}$$

$$U_t = \pm \sqrt{a \cdot U_n}$$

Contoh

Diketahui baris geometri 2, 4, 8, ... 512, tentukan suku tengahnya!

Jawab:

$$a = 2, r = 2 \text{ dan } U_n = 512$$

$$U_t = \pm \sqrt{a \cdot U_n}$$

$$U_t = \pm \sqrt{2 \cdot 512}$$

$$= \pm \sqrt{2 \cdot 2^9}$$

$$= \pm 2^5$$

$$= 32 \text{ (rasionya positif)}$$

Jadi, suku tengahnya adalah 32.

5. Rumus Deret geometri tak hingga

Di atas telah kita bahas bahwa jumlah n suku deret geometri dinyatakan dengan:

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

dan

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1$$

Sekarang marilah kita perhatikan deret geometri di bawah ini!

1) $1+3+9+27+\dots$

2) $2+4+8+16+\dots$

3) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots$

$$4) 25+5+1+\frac{1}{5} + \dots$$

Pada 1) dan 2), nilai suku-sukunya semakin besar karena $r > 1$ disebut divergen. Pada 3) dan 4) nilai suku-sukunya semakin kecil karena $r < 1$ atau $-1 < r < 1$. Deret geometri yang suku-sukunya semakin kecil dan banyak sukunya tak berhingga disebut deret geometri turun tak berhingga (deret konvergen).

Pada deret konvergen, jumlah seluruh suku-sukunya tidak akan melebihi suatu harga tertentu, walaupun banyak suku-sukunya terus ditambah sampai tak terhingga. Harga tertentu itu disebut jumlah tak hingga (S_{∞}).

Sekarang marilah kita babas deret geometri yang rasionya $-1 < r < 1$ atau $|r| < 1$.

Jika n menuju bilangan yang cukup besar maka r^n mendekati nol, ditulis $n \rightarrow \infty$ maka $r^n \rightarrow 0$ atau $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$

sehingga:

$$S_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1-r} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ar^n}{1-r}$$

$$= \frac{a}{1-r} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ar^n}{1-r}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

Contoh

Hitunglah jumlah sampai tak hingga deret berikut ini!

a. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

b. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

c. $1 + 4 + 16 + 64 + \dots$

Jawab:

a. $a = 1$ dan $r = \frac{1}{2}$

$$\text{Jadi, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$$

b. $a = 1$, dan $r = \frac{1}{3}$

$$\text{Jadi, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

c. $a = 1$ dan $r = 4$.

Jadi, $S_{\infty} = \text{divergen}$

Contoh

Sebuah bola tenis dijatuhkan dari tempat yang tingginya 1 meter. Setiap kali setelah bola itu memantul, ia mencapai ketinggian yang sama dengan dua pertiga yang dicapai sebelum pemantulan terakhir. Berapakah panjang lintasan bola sampai terakhir?

Jawab:

$\downarrow 1\text{m} \uparrow \frac{2}{3}\text{m} \downarrow \frac{2}{3}\text{m} \uparrow \left(\frac{2}{3}\right)^2\text{m}$ dan seterusnya.

$a = \frac{2}{3}$; $r = \frac{2}{3}$, maka:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

$$\begin{aligned} \text{Jarak tempuh} &= 1 + 2 \cdot S_{\infty} \\ &= 1 + 2(2) = 5 \text{ meter.} \end{aligned}$$

Deret geometri

Suatu deret yang memiliki rasio (perbandingan) yang tetap atau hasil dari

$\frac{U_2}{U_1}, \frac{U_3}{U_2}, \frac{U_4}{U_3}, \dots, \frac{U_n}{U_{n-1}}$, **selalu tetap di sebut deret geometri atau deret**

ukur.

Deret geometri naik dan turun

Suatu deret geometri yang nilai suku berikutnya lebih dari nilai suku sebelumnya, Atau $U_{n+1} > U_n$ disebut deret geometri naik, sedangkan jika nilai suku berikutnya kurang dari nilai suku sebelumnya atau $U_{n+1} < U_n$ disebut deret geometri turun.

Rumus suku ke n pada deret geometri

Dalam deret geometri $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ dengan rasio r dapat diperoleh hubungan- hubungan berikut ini

$$\begin{aligned}U_2 &= U_1 + r = U_1 + r^{2-1} \\U_3 &= U_1 + r^2 = U_1 + r^{3-1} \\U_4 &= U_1 + r^3 = U_1 + r^{4-1} \\U_5 &= U_1 + r^4 = U_1 + r^{5-1} \\U_n &= U_1 + r^{n-1}\end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, maka diperoleh rumus suku ke n untuk deret geometri berikut ini:

Rumus suku ke n suatu deret geometri adalah:

$$U_n = U_1 + r^{n-1}$$

U_n = suku ke n n = banyak suku
 U_1 = suku pertama r = rasio

Suku tengah pada deret geometri

Dalam deret geometri, agar terdapat suku tengah, maka banyak suku pada deret tersebut harus ganjil.

Selanjutnya perhatikan hubungan antara suku tengah dengan suku pada deret geometri berikut ini.

1. Pada deret $U_1+U_2+U_3$, suku tengahnya adalah U_2

$$\begin{aligned}U_2 &= U_1 r = \sqrt{U_1^2 r^2} \\ &= \sqrt{U_1 \times U_1 r^2} \\ &= \sqrt{U_1 \times U_3}\end{aligned}$$

2. Pada deret $U_1+U_2+U_3+U_4+U_5$, suku tengahnya adalah U_3

$$\begin{aligned}U_3 &= U_1 r^2 = \sqrt{U_1^2 r^4} \\ &= \sqrt{U_1 \times U_1 r^4} \\ &= \sqrt{U_1 \times U_5}\end{aligned}$$

3. Pada deret $U_1+U_2+U_3+U_4+U_5+U_6+U_7$, suku tengahnya adalah U_4

$$\begin{aligned}U_4 &= U_1 r^3 = \sqrt{U_1^2 r^6} \\ &= \sqrt{U_1 \times U_1 r^6} \\ &= \sqrt{U_1 \times U_7}\end{aligned}$$

dari hasil di atas, ternyata suku tengah dari deret geometri adalah akar dari hasil kali pertama dan suku terakhir.

Rumus suku tengah untuk deret geometri adalah:

$$U_t = \sqrt{U_1 \times U_n}$$

Sisipan pada deret geometri

Di antara dua suku yang berurutan dalam deret geometri dapat disisipkan beberapa buah bilangan. Bilangan-bilangan semula dan bilangan yang disisipkan akan membentuk deret geometri yang baru.

Untuk mengetahui hubungan antara rasio yang baru dengan banyak bilangan yang disisipkan, Perhatikan rumus berikut ini.

Rasio deret geometri setelah disisipkan beberapa buah bilangan adalah:

$$r_1 = \sqrt[k+1]{\frac{y}{x}}$$

x dan y adalah dua suku mula-mula

Jika k merupakan bilangan ganjil, maka $r_1 = \pm \sqrt[k+1]{\frac{y}{x}}$

Jumlah n suku pertama deret geometri

Bentuk umum deret geometri adalah:

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Jika S_n merupakan hasil penjumlahan deret geometri maka:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$S_n = U_1 + (U_1r) + (U_1r^2) + \dots + (U_1r^{n-1}) \dots \dots \dots (1)$$

Persamaan satu dikalikan dengan r, maka:

$$r S_n = (U_1r) + (U_1r^2) + \dots + (U_1r^{n-1}) + (U_1r^n)$$

$$S_n = U_1 + (U_1r) + (U_1r^2) + \dots + (U_1r^{n-1})$$

$$r S_n - S_n = -U_1$$

$$r S_n - S_n = U_1r^n - U_1$$

$$(r-1) S_n = U_1r^n - U_1$$

$$S_n = \frac{U_1r^n - U_1}{r-1}$$

Rumus jumlah n suku pertama untuk deret geometri

$$S_n = \frac{U_1r^n - U_1}{r-1}$$

Latihan :

1. Tentukan rumus suku ke-n dari deret geometri : 4, 8, 16, 32, 64,....
2. Sebuah barisan geometri memiliki $U_n = 3 \cdot 4^{n+1}$. Tentukan rasionya.
3. Jika 3 bilangan a, b, c membentuk barisan geometri, maka $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} = \dots$
4. Dari deret geometri diketahui $U_4 \times U_6 = P$ dan $U_2 \times U_8 = \frac{1}{P}$, maka nilai

$$U_1 = \dots$$

c. Rangkuman Kegiatan Belajar 4

1. Suatu deret yang memiliki rasio (perbandingan) yang tetap atau hasil

dari $\frac{U_2}{U_1}, \frac{U_3}{U_2}, \frac{U_4}{U_3}, \dots, \frac{U_n}{U_{n-1}}$, **selalu tetap di sebut deret geometri**

atau deret ukur.

2. Rumus suku ke n suatu deret geometri adalah $U_n = U_1 + r^{n-1}$

3. Rumus suku tengah untuk deret geometri adalah $U_t = \sqrt{U_1 + U_n}$.

4. Rasio deret geometri setelah disisipkan beberapa buah bilangan

adalah: $r_1 = \sqrt[k+1]{\frac{y}{x}}$, di mana x dan y adalah dua suku mula-mula

5. Jika k merupakan bilangan ganjil, maka $r_1 = \pm \sqrt[k+1]{\frac{y}{x}}$

6. Rumus jumlah n suku pertama untuk deret geometri :

$$S_n = \frac{U_1 r^n - U_1}{r - 1}$$

d. Tugas Kegiatan Belajar 4

Diskusikan soal-soal LKS tentang konsep turunan, untuk dipresentasikan.

e. Tes Formatif

1. Jika suku pertama deret geometri adalah $\sqrt[3]{m}$ dengan $m > 0$ sedang suku ke-5 adalah m^2 , maka suku ke-21 adalah...

2. Tiga bilangan membentuk barisan geometri dengan rasio 3. Jika suku kedua ditambah 8, maka terbentuk sebuah barisan aritmetika. Tuliskan ketiga bilangan tersebut.

3. Sebuah barisan geometri memiliki $U_n = 2 \cdot 7^{n-1}$. tuliskan tiga suku pertama barisan itu.

4. Sebuah deret geometri memiliki $S_n = Aq^n + B$. Jika A dan B adalah konstanta, tentukan rumus U_n

5. Sebuah deret geometri memiliki $S_n = Aq^n + B$. Jika A dan B adalah konstanta, tentukan rasionya
6. Sebuah deret geometri memiliki $S_n = 4 \cdot 6^n - 4$. Tentukan rasionya.
7. Pada sebuah deret geometri di ketahui :

$$U_2 + U_4 + U_6 = 9$$

$$U_1 + U_3 + U_5 = 7$$

Tentukan nilai dari U_2

Cocokkan hasil ulangan Anda dengan kunci jawaban yang tersedia di halaman belakang Modul ini. Hitung skor yang Anda peroleh. Kerjakan saran-saran yang sesuai dengan skor yang Anda peroleh.
Ingat !!! Jangan melihat kunci sebelum Anda selesai mengerjakan.

Bobot soal ditentukan sebagai berikut !

Nomor soal	Bobot	Keterangan
4,5 dan 6	2	Skor Maksimal = 20
2 dan 7	3	
1 dan 3	4	

f. LKS 1

Lembar Kerja Siswa

(LKS)

Nama :

Tanggal :

Materi Pokok : Barisan dan deret

Alokasi Waktu : 15 Menit

1. Tentukan n jumlah suku pertama dari deret geometri :

a) 1, 3, 9, 27,....

b) 64, 16, 4, 1,...

c) 1, -2, 4, -8, 16,....

2. Tentukan rumus suku ke-n dari deret geometri :

2 + 4 + 8 + 16 + 32,...

i. Tingkat Penguasaan

Rumus :

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{jumlah skor yang diperoleh}}{20} \times 100\%$$

Saran-saran yang harus Anda lakukan, sesuai dengan tingkat penguasaan yang telah Anda capai sebagai berikut :

1. > 80 % Bagus ! pertahankan prestasi yang telah Anda capai dan Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar selanjutnya
2. 60 – 80 % Anda masih perlu membaca kembali teks sub kompetensi ini dengan lebih seksama, terutama bagian yang belum Anda kuasai
3. < 60 % Anda belum belajar bersungguh-sungguh, Anda harus mengejar ketinggalan dan bertanyalah pada guru mata pelajaran tentang kesulitan Anda

BAB III

EVALUASI

 **Evaluasi Kompetensi (waktu : 2 × 45 menit)**

1. Tentukan suku ke-30 dari barisan aritmetika :
1, 4, 7, 10, 13, 16,....
2. Tentukan suku ke-100 dari barisan aritmetika :
5, 11, 17, 23, 29, 35,...
3. Tentukan suku ke-50 dari barisan aritmetika :
97, 94, 91, 88, 85,....
4. Tentukan banyaknya bilangan pada barisan aritmetika :
 - a) 15, 20, 25, 30, 35,.....,2005
 - b) 12, 15, 18, 21, 24,.....,2004
 - c) 24, 28, 32, 36,....., 2004
5. Perhatikan barisan aritmetika berikut : 200, 196, 192, 188,.....Tentukan banyaknya suku yang positif
- 6.
7. Suku ke-n suatu barisan aritmetika diberikan oleh rumus
$$U_n = \frac{2n+7}{8}$$
Tentukan beda barisan tersebut
8. Tentukan jumlah dari deret aritmetika : 5 + 10 + 15 + 20 +...+500
9. Tentukan jumlah semua bilangan kelipatan 7 antara 100 dan 200

10. Suatu deret aritmetika memiliki $S_n = 9n^2 + 6n$. Tentukan U_n

11. Diketahui 3 bilangan $\alpha, \beta, \text{ dan } \gamma$ membentuk barisan geometri. Maka

nilai dari $\frac{\beta^4 - \gamma^2}{\alpha - 1} = \dots$

12. Tentukan jumlah dari deret geometri ;

$$(x) + (x + 1) + (x + 3)$$

13. Tiga bilangan positif membentuk barisan geometri dengan rasio 5. Jika suku kedua di tambah 16, maka terbentuk sebuah barisan aritmetika dengan beda.....

14. Pada barisan aritmetika berikut :

$$1, 6, 11, 16, \dots$$

Di antara tiap dua suku disisipkan 4 suku sehingga terbentuk sebuah barisan aritmetika yang baru. Berapakah beda barisan yang baru itu?

15. Diketahui sisi-sisi sebuah segitiga siku-siku membentuk deret geometri. Tentukan rasionya.

SISTEM PENILAIAN

Program : IPA
Mata Pelajaran : Matematika
Kompetensi : Menggunakan konsep barisan
dan deret dalam pemecahan
masalah
Alokasi Waktu : 20 Jam

Sub Kompetensi Kode	Metode Penilaian	Penilaian		Total Nilai
		Instrumen	Nilai	
K -1	Pemberian Tugas Uraian Objektif	Tes – 1 Tes Formatif -1	10 10	20
K -2	Pemberian Tugas Uraian Objektif	Tes – 2 Tes Formatif -2	10 10	20
K -3	Pemberian Tugas Uraian Objektif	Tes – 3 Tes Formatif -3	10 10	20
Jumlah	Ulangan Blok	Evaluasi Belajar Satu kompetensi		20
Jumlah	N I L A I A K H I R			100

BAB IV

PENUTUP

Sebagai tindak lanjut seluruh kegiatan belajar dalam Modul Turunan ini adalah :

1. Jika hasil evaluasi terhadap penguasaan kompetensi mencapai 75 % atau lebih, maka siswa dapat melanjutkan ke modul berikutnya.
2. Siswa dapat melanjutkan ke modul berikutnya setelah memperoleh rekomendasi dari guru mata pelajaran matematika.
3. Peserta didik yang masih belum mencapai penguasaan kompetensi 75 %, maka siswa harus mengulang secara keseluruhan atau bagian-bagian tahap kegiatan belajar yang belum dikuasai dengan baik.
4. Kemungkinan diberikannya pembelajaran remedial bagi yang memperoleh nilai yang lebih kecil dari 6, terutama terhadap siswa yang memperoleh nilai terendah.
5. Pengayaan serta akselerasi bagi siswa yang berprestasi juga dimungkinkan sesuai dengan ketersediaan waktu

DAFTAR PUSTAKA

Willa, Adrian. 2007. Matematika Bilingual untuk SMA kelas XII IPA.

Bandung : Yrama Widya.

Cunayah, Cucun. 2005. Kompetensi Matematika untuk SMA kelas XII IPA. Bandung : Yrama Widya.

Tim Penyusun Matematika. 1996. Matematika untuk SMU Kelas 3.

Surabaya : Kendang Sari

Cholik, M, A. 2002. Matematika untuk SMA kelas 3. Jakarta : Erlangga

Johanes, S.Pd. 2005. Kompetensi Matematika untuk SMA kelas 3.

Jakarta : Yudhistira.

MODUL